МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ

**Курсовая работа**

по дисциплине

«Дискретная математика»

Вариант № 116

***Выполнил:***

Студент группы P3116

Билошицкий Михаил Владимирович

***Преподаватель:***

Поляков Владимир Иванович

Санкт-Петербург, 2023

**Задание**

Функция принимает значение 1 при

и неопределённое значение при

**Таблица истинности**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 0 0 0 0 | 0 0 | 0 | 0 0 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 0 0 0 1 | 0 1 | 1 | 0 0 0 | 0 | 1 | 0 |
| 2 | 0 0 0 1 0 | 1 0 | 2 | 0 0 0 | 0 | 2 | 0 |
| 3 | 0 0 0 1 1 | 1 1 | 3 | 0 0 0 | 0 | 3 | 0 |
| 4 | 0 0 1 0 0 | 0 0 | 0 | 0 0 1 | 1 | -1 | 1 |
| 5 | 0 0 1 0 1 | 0 1 | 1 | 0 0 1 | 1 | 0 | 1 |
| 6 | 0 0 1 1 0 | 1 0 | 2 | 0 0 1 | 1 | 1 | 0 |
| 7 | 0 0 1 1 1 | 1 1 | 3 | 0 0 1 | 1 | 2 | 0 |
| 8 | 0 1 0 0 0 | 0 0 | 0 | 0 1 0 | 2 | -2 | 1 |
| 9 | 0 1 0 0 1 | 0 1 | 1 | 0 1 0 | 2 | -1 | 1 |
| 10 | 0 1 0 1 0 | 1 0 | 2 | 0 1 0 | 2 | 0 | 1 |
| 11 | 0 1 0 1 1 | 1 1 | 3 | 0 1 0 | 2 | 1 | 0 |
| 12 | 0 1 1 0 0 | 0 0 | 0 | 0 1 1 | 3 | -3 | 0 |
| 13 | 0 1 1 0 1 | 0 1 | 1 | 0 1 1 | 3 | -2 | 1 |
| 14 | 0 1 1 1 0 | 1 0 | 2 | 0 1 1 | 3 | -1 | 1 |
| 15 | 0 1 1 1 1 | 1 1 | 3 | 0 1 1 | 3 | 0 | 1 |
| 16 | 1 0 0 0 0 | 0 0 | 0 | 1 0 0 | 4 | -4 | 0 |
| 17 | 1 0 0 0 1 | 0 1 | 1 | 1 0 0 | 4 | -3 | 0 |
| 18 | 1 0 0 1 0 | 1 0 | 2 | 1 0 0 | 4 | -2 | 1 |
| 19 | 1 0 0 1 1 | 1 1 | 3 | 1 0 0 | 4 | -1 | 1 |
| 20 | 1 0 1 0 0 | 0 0 | 0 | 1 0 1 | 5 | -5 | d |
| 21 | 1 0 1 0 1 | 0 1 | 1 | 1 0 1 | 5 | -4 | 0 |
| 22 | 1 0 1 1 0 | 1 0 | 2 | 1 0 1 | 5 | -3 | 0 |
| 23 | 1 0 1 1 1 | 1 1 | 3 | 1 0 1 | 5 | -2 | 1 |
| 24 | 1 1 0 0 0 | 0 0 | 0 | 1 1 0 | 6 | -6 | 0 |
| 25 | 1 1 0 0 1 | 0 1 | 1 | 1 1 0 | 6 | -5 | d |
| 26 | 1 1 0 1 0 | 1 0 | 2 | 1 1 0 | 6 | -4 | 0 |
| 27 | 1 1 0 1 1 | 1 1 | 3 | 1 1 0 | 6 | -3 | 0 |
| 28 | 1 1 1 0 0 | 0 0 | 0 | 1 1 1 | 7 | -7 | 0 |
| 29 | 1 1 1 0 1 | 0 1 | 1 | 1 1 1 | 7 | -6 | 0 |
| 30 | 1 1 1 1 0 | 1 0 | 2 | 1 1 1 | 7 | -5 | d |
| 31 | 1 1 1 1 1 | 1 1 | 3 | 1 1 1 | 7 | -4 | 0 |

**Аналитический вид**

КДНФ:

ККНФ:

**Минимизация булевой функции методом Квайна-Мак-Класки**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № |  | Поглощение |
| 1 | 00000 | + |
| 2 | 00100 | + |
| 3 | 00101 | + |
| 4 | 01000 | + |
| 5 | 01001 | + |
| 6 | 01010 | + |
| 7 | 01101 | + |
| 8 | 01110 | + |
| 9 | 01111 | + |
| 10 | 10010 | + |
| 11 | 10011 | + |
| 12 | 10100 | + |
| 13 | 10111 | + |
| 14 | 11001 | + |
| 15 | 11110 | + |

|  |  |
| --- | --- |
| № склеивания |  |
| 1 - 2 | 00X00 |
| 1 - 4 | 0X000 |
| 2 - 3 | 0010X |
| 2 - 12 | X0100 |
| 3 - 7 | 0X101 |
| 4 - 5 | 0100X |
| 4 - 6 | 010X0 |
| 5 - 7 | 01X01 |
| 5 - 14 | X1001 |
| 6 - 8 | 01X10 |
| 7 - 9 | 011X1 |
| 8 - 9 | 0111X |
| 8 - 15 | X1110 |
| 10 - 11 | 1001X |
| 11 - 13 | 10X11 |

|  |  |
| --- | --- |
| № |  |
| 1 | 00X00 |
| 2 | 0X000 |
| 3 | 0010X |
| 4 | X0100 |
| 5 | 0X101 |
| 6 | 0100X |
| 7 | 010X0 |
| 8 | 01X01 |
| 9 | X1001 |
| 10 | 01X10 |
| 11 | 011X1 |
| 12 | 0111X |
| 13 | X1110 |
| 14 | 1001X |
| 15 | 10X11 |

**Таблица импликант**

Вычеркнем строки, соответствующие существенным импликантам

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Простые импликанты | | 0 - кубы | | | | | | | | | | | |
| 0  0  0  0  0 | 0  0  1  0  0 | 0  0  1  0  1 | 0  1  0  0  0 | 0  1  0  0  1 | 0  1  0  1  0 | 0  1  1  0  1 | 0  1  1  1  0 | 0  1  1  1  1 | 1  0  0  1  0 | 1  0  0  1  1 | 1  0  1  1  1 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 1 | 00X00 | \* | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 | 0X000 | \* |  |  | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 | 0010X |  | \* | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 | X0100 |  | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 | 0X101 |  |  | \* |  |  |  | \* |  |  |  |  |  |
| 6 | 0100X |  |  |  | \* | \* |  |  |  |  |  |  |  |
| 7 | 010X0 |  |  |  | \* |  | \* |  |  |  |  |  |  |
| 8 | 01X01 |  |  |  |  | \* |  | \* |  |  |  |  |  |
| 9 | X1001 |  |  |  |  | \* |  |  |  |  |  |  |  |
| 10 | 01X10 |  |  |  |  |  | \* |  | \* |  |  |  |  |
| 11 | 011X1 |  |  |  |  |  |  | \* |  | \* |  |  |  |
| 12 | 0111X |  |  |  |  |  |  |  | \* | \* |  |  |  |
| 13 | X1110 |  |  |  |  |  |  |  | \* |  |  |  |  |
| 14 | 1001X |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* | \* |  |
| 15 | 10X11 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* | \* |

Импликанты 4, 9, 13, 14, 15 – существенные, так как они покрывают вершины 12, 14, 15, 10, 13 соответственно, не покрытые другими импликанами. Вычеркиваем из таблицы строки, соответствующие этим импликантам, а также столбцы, соответствующие вершинам, покрываемым существенными импликантами. Это вершины 2, 5, 8, 10, 11, 12, 14, 15. Вершина 13 не покрывающая ни одного импликанта, также вычеркивается из таблицы. В результате получаем упрощенную импликантную таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Простые импликанты | | 0 - кубы | | | | | |
| 0  0  0  0  0 | 0  0  1  0  1 | 0  1  0  0  0 | 0  1  0  1  0 | 0  1  1  0  1 | 0  1  1  1  1 |
| a | c | d | f | g | i |
| A | 00X00 | \* |  |  |  |  |  |
| B | 0X000 | \* |  | \* |  |  |  |
| C | 0010X |  | \* |  |  |  |  |
| D | 0X101 |  | \* |  |  | \* |  |
| E | 0100X |  |  | \* |  |  |  |
| F | 010X0 |  |  | \* | \* |  |  |
| G | 01X01 |  |  |  |  | \* |  |
| H | 01X10 |  |  |  | \* |  |  |
| I | 011X1 |  |  |  |  | \* | \* |
| J | 0111X |  |  |  |  |  | \* |

Множество существенных импликант образуют ядро покрытия как его обязательную часть.

Ядро покрытия

Если упорядочить упрощенную импликантную таблицу до таблицы с импликантами, покрывающие только 2 вершины, то получим вторую часть минимального покрытия.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Простые импликанты | | 0 - кубы | | | | | |
| 0  0  0  0  0 | 0  0  1  0  1 | 0  1  0  0  0 | 0  1  0  1  0 | 0  1  1  0  1 | 0  1  1  1  1 |
| a | c | d | f | g | i |
| B | 0X000 | \* |  | \* |  |  |  |
| D | 0X101 |  | \* |  |  | \* |  |
| F | 010X0 |  |  | \* | \* |  |  |
| I | 011X1 |  |  |  |  | \* | \* |

Этому покрытию соответствует МДНФ следующего вида:

**Минимизация булевой функции на картах Карно**

**Определение МДНФ**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x4x5 | | | | |
| x2x3 |  | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 1 |  |  |  |
| 01 | 1 | 1 |  |  |
| 11 |  | 1 | 1 | 1 |
| 10 | 1 | 1 |  | 1 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x4x5 | | | | |
| x2x3 |  | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 |  |  | 1 | 1 |
| 01 | d |  | 1 |  |
| 11 |  |  |  | d |
| 10 |  | d |  |  |

x1 = 0 x1 = 1

Примечание – серая ячейка, пересечение двух склеек.

МДНФ имеет следующий вид:

**Определение МКНФ**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x4x5 | | | | |
| x2x3 |  | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 0 | 0 |  |  |
| 01 | d | 0 |  | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | d |
| 10 | 0 | d | 0 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x4x5 | | | | |
| x2x3 |  | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 |  | 0 | 0 | 0 |
| 01 |  |  | 0 | 0 |
| 11 | 0 |  |  |  |
| 10 |  |  | 0 |  |

x1 = 0 x1 = 1

МДНФ имеет следующий вид:

# Преобразование минимальных форм булевой функции

**Факторное преобразование для МДНФ**

Декомпозиция невозможна

**Факторное преобразование для МКНФ**

По правилу сокращения получим:

Декомпозиция невозможна

# Синтез комбинационных схем в булевом базисе

Проверочные входные данные:

Схема по упрощенной МДНФ:

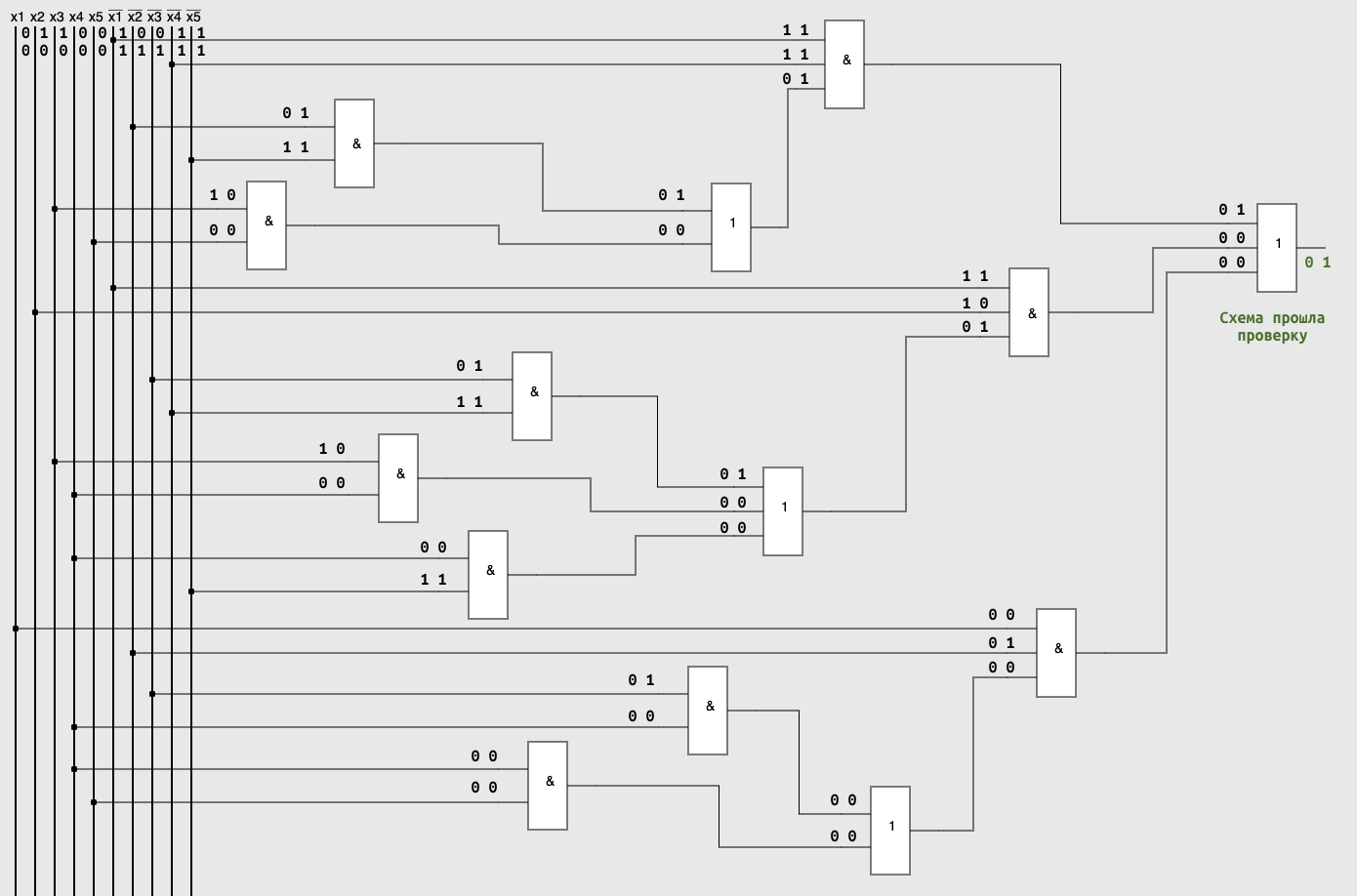
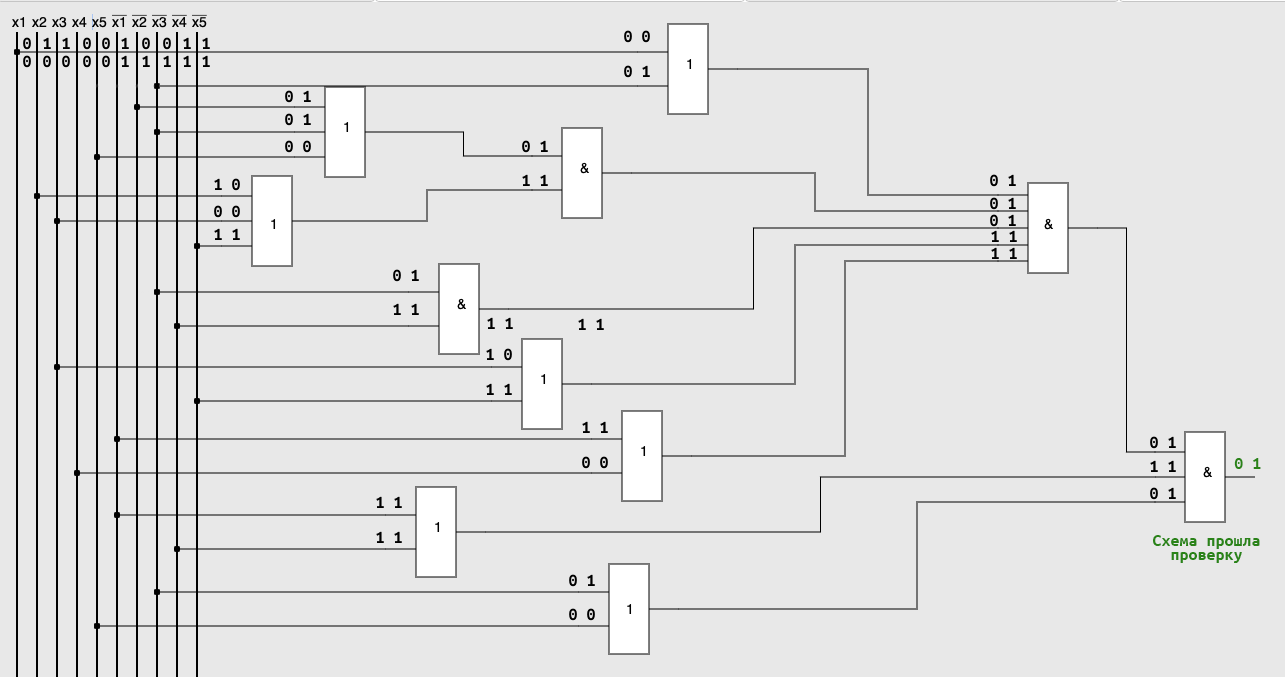


Схема по упрощенной МКНФ:



# Синтез комбинационных схем в универсальных базисах

**Базис ИЛИ-НЕ**

**Базис И-НЕ**

# Синтез комбинационных схем в сокращенных булевых базисах

**Базис ИЛИ, НЕ**

=

**Базис И, НЕ**